

Spin-pálya csatolás kaotikus kvantum dotokban

A doktori értekezés tézisei

Béri Benjámín

Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék
Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest

Témavezető: Dr. Cserti József, CSc, habil. egyetemi docens



Fizika Doktori Iskola

Statisztikus Fizika, Biológiai Fizika és Kvantumrendszerek Fizikája Doktori Program

Iskolavezető: Prof. Dr. Horváth Zalán, az MTA rendes tagja

Programvezető: Prof. Dr. Vicsek Tamás, az MTA rendes tagja

2007

Bevezetés, a munka célkitűzései

A doktori disszertációm a mezoszkopikus fizika témakörében, a nanotudomány e gyorsan fejlődő területén folytatott kutatásainkról számol be. A mezoszkopikus fizika olyan rendszerek fizikájával foglalkozik, melyek jóval nagyobbak atomi méreteknél, de még elég kicsik ahhoz, hogy a kvantummechanikai leírásuktól ne lehessen eltekinteni. A mezoszkopikus elektronrendszerek a mezoszkopikus rendszerek egy intenzíven kutatott osztályát alkotják. A félvezetőtechnológia mai fejlettségi szintjén e rendszerek előállítása rutinfeladatnak számít. A kvantummechanika karakterisztikus hosszskálája a koherenciahossz. Ez az a tipikus távolság, amit az elektronok meg tudnak tenni anélkül, hogy elvesztenék kvantummechanikai fáziskohereciójukat. Következésképp egy elektronrendszer mezoszkopikus volta a koherenciahossznál jóval kisebb rendszerméretet feltételez. A mezoszkopikus elektronrendszerekkel kapcsolatos kísérleti kutatás egyik fontos ága kétdimenziós elektrongázban (2DEG) létrehozott struktúrák vizsgálatával foglalkozik. A kísérletekben leggyakrabban a GaAs és n típusú AlGaAs határfelületén kialakuló 2DEG-et használják. GaAs/AlGaAs 2DEG-ekben, mK nagyságrendű hőmérsékleten, a koherenciahossz néhány tíz mikronnál is nagyobb lehet. A mezoszkopikus elektronrendszerek egyik leggyakrabban tanulmányozott osztályát a *kvantum dotok*, a 2DEG-ben az elektronok kis tértartományra való korlátozásával létrehozott struktúrák alkotják.

Az elmúlt pár évben mind elméleti, mind kísérleti szempontból számottevő figyelem irányult az olyan mezoszkopikus elektronrendszerekre, melyekben fellép a *spin-pálya csatolás*. Ez jórészt az olyan új fogalmak megjelenésének köszönhető, mint a spintronika, vagy a szilárdtest-spin-qubitek, melyek a jövőben az elektronikai ipar érdeklődését is felkelthetik. A mi kutatásunk a *spin-pálya csatolás kvantum dotokban* megmutatkozó következményeit vizsgálta. Figyelmünk középpontjában az az általánosnak mondható eset állt, mikor a dotban a klasszikus dinamika *kaotikus*. Ebben az esetben egy-egy dot részletes leírása kevés haszonnal kecsegtet, hiszen a rendszer mikroszkopikus jellemzőinek csekély mértékű megváltoztatása jelentősen megváltoztathatja a vizsgált tulajdonságokat (pl. a vezetőképességet, vagy a gap méretét az ún. Andreev-biliárdok gerjesztési spektrumában, hogy az alább ismertetendő, a dolgozatban tárgyalt témakörökből említsünk egy-egy mennyiséget.). Ehelyett érdemes statisztikus megközelítést alkalmazni. A statisztikus sokaságot olyan kvantum dotok alkotják, melyek a mikroszkopikus konfigurációt definiáló paraméterek (pl. geometriai részletek, Fermi energia) kis változtatása miatt térnek el egymástól.

A dolgozatban tárgyalt problémák a kvantum dot fizika kiterjedt témakörének két ágá-

hoz tartoznak. Kutatásunk egyik iránya a kaotikus kvantum dotokon keresztüli transzport esetében fellépő kvantum effektusok vizsgálata. Kvantum dotokon keresztül úgy jöhet létre transzport, hogy a dotot két elektronrezervoárhoz csatoljuk és a rezervoárok között feszültségkülönbséget hozunk létre. Kutatásaink során figyelmünket arra az esetre összpontosítottuk, mikor a rezervoárokhoz való csatolás kvantum pontkontaktusokon keresztül történik. (A kvantum pontkontaktus egy keskeny csatorna a 2DEG-ben, melyen keresztül az elektronok véges számú módusban propagálhatnak.) Az így kapott nyitott kvantum dot szintén kaotikusnak tekinthető, ha a τ_{dw} szökési idő, mely ahhoz szükséges, hogy egy a dotban lévő elektron valamelyik kontaktuson keresztül elhagyja a dotot, sokkal hosszabb, mint a doton való keresztülrepüléshez szükséges idő, τ_H .

A fáziskoherencia miatt a mezoszkopikus tartományba eső eszközök olyan transzportjelenségeket mutatnak, melyek nincsenek jelen klasszikus megfelelőikben, ezért a mezoszkopikus rendszereken keresztüli transzportot néha „kvantum transzportnak” is hívják. A kvantált vezetőképesség, vagy a kaotikus, illetve enyhén rendezetlen rendszerekben fellépő gyenge (anti)lokalizáció és univerzális vezetőképesség fluktuációk a legismertebb ilyen jelenségek. Kutatásaink során a kaotikus kvantum dotokon keresztüli transzport esetében megjelenő gyenge (anti)lokalizációra összpontosítottunk. A gyenge lokalizáció a transzportmennyiségek sokaságátlagainak klasszikus értékéhez (amit fáziskoherencia nélkül kapnánk) adódó interferenciakorrekció. Ennek a korrekciónak az a jelentősége, hogy a transzportmennyiségek átlagai ezen keresztül függenek a spin-pálya csatolás és a mágneses tér nagyságától, a klasszikus értékek függetlenek ezektől a paramétereiktől. (Vizsgálataink során olyan erősségű mágneses teret tételeztünk fel, mely nem befolyásolja a klasszikus dinamikát.) A „gyenge lokalizáció” elnevezés a korrekció azon esetbeli alakjából származik, mikor a vizsgált mennyiség a vezetőképesség: időtükrözés-invariáns rendszerek esetében (nulla mágneses térben), ha nincs spin-pálya csatolás, a korrekció egy kis negatív járulék a klasszikus vezetőképességhez. Időtükrözés-invariáns rendszerekben, melyekben erős a spin-pálya csatolás, a korrekció ellenkező előjelű, ebben az esetben a jelenséget „gyenge antilokalizációnak” hívják. A vezetőképesség a transzport tulajdonságok lineáris statisztikáknak hívott osztályának legegyszerűbb eleme. Kutatásunk célja az volt, hogy kiderítsük, hogyan függenek a lineáris statisztikák gyenge lokalizációs korrekciói a spin-pálya csatolás erősségétől (gyenge lokalizáció-gyenge antilokalizáció átmenet), illetve a mágneses tértől (az időtükrözési szimmetria fokozatos sérítése). Korábban ez a paraméterfüggés csak a vezetőképesség esetére volt ismert[1, 2]. A többi lineáris statisztikára csak erős, illetve eltűnő spin-pálya csatolás és mágneses tér esetére álltak rendelkezésre eredmények[3].

A rendszer szimmetriáitól függően a kaotikus kvantum dotok különböző szimmetriaosztályokhoz tartozhatnak. A hagyományos osztályozás Dysontól származik, aki az időtükrözési, illetve a spinforgatási szimmetriák szerint három osztályba sorolta a rendszereket, és az osztályokat egy β -val jelölt szimmetriaindexszel jellemezte. Azok az időtükrözésre invariáns rendszerek, melyekben nincs spin-pálya csatolás (azaz amelyek spinforgatásra is invariánsak) a $\beta = 1$ indexű osztályhoz tartoznak. A nem időtükrözés-invariáns rendszerekre a szimmetriaindex értéke $\beta = 2$. Az időtükrözés-invariáns rendszerek, melyekben erős a spin-pálya csatolás a $\beta = 4$ indexű osztály tagjai. Aleiner és Falko kimutatta[1], hogy kvantum dot rendszerekben a dot síkjával párhuzamos mágneses tér és helyfüggetlen spin-pálya csatolás kombinációja bonyolult szimmetriaosztályokat eredményezhet, melyek túlmutatnak a Dyson-féle rendszerezésen. Kvantum dotok síkjukra merőleges mágneses tér és helyfüggő spin-pálya csatolás esetén ezzel szemben csak Dyson szimmetriaosztályaihoz tartozó rendszereket valószínűsíthetnek meg.

A kvantum transzport területén végzett kutatásunkkal két kérdést szeretnénk volna megválaszolni. Olyan rendszerek esetére, melyek a szimmetriaindex $\beta = 1, 2, 4$ értékeivel jellemezhető határesetek közt interpolálnak, a transzmissziós sajátérték-sűrűséghez adódó gyenge lokalizációs korrekció mágneses tér- és spin-pálya csatolás-függésének kiszámítását tűztük ki célul. Ennek a mennyiségnek az ismeretében a gyenge lokalizációs korrekció bármely lineáris statisztika esetében egy integrálással megkapható. Az egyszerűség kedvéért számításainkban a módusszám-szimmetrikus esetet tekintettük, azaz feltettük, hogy a dotot az elektronrezervoárokhoz csatoló két kvantum pontkontaktus mindegyikében $N/2$ propagáló módus van. A számolást az $N \gg 1$ határesetben végeztük. Kutatásunk másik témaválasztását Braun és szerzőtársai [4] cikke motiválta. A szerzők szemiklasszikus számolásukkal megmutatták, hogy kaotikus kvantum dotokban a mágneses tér okozta $\beta = 1 \rightarrow 2$ átmenet esetén a sörétzaj (szintén lineáris statisztika) gyenge lokalizációs korrekciója a vezetőképesség gyenge lokalizációs korrekciójából egy olyan faktorról való szorzással kapható, mely a mágneses tértől független, csak a pontkontaktusok módusszámától függ. A célunk az volt, hogy megvizsgáljuk, hogyan módosul ez az összefüggés bonyolultabb átmenetek esetén. Ebben a számolásban már nem feltételeztünk módusszám-szimmetriát (de továbbra is az $N \gg 1$ határesetben dolgoztunk, ahol N a teljes módusszám), és megengedtük, hogy az átmenetek az Aleiner és Falko által bevezetett általánosított szimmetriaosztályok közt történjenek.

A kvantum dot fizika területén végzett kutatásunk másik iránya normál-szupravezető heterostrukturák spektrális tulajdonságait vizsgálja. Ha egy kvantum dotot szupravezetővel hozunk kapcsolatba (kvantum pontkontaktusok segítségével), egy új típusú kvantum dotot,

úgy nevezett Andreev kvantum dotot, vagy más néven Andreev-biliárdot kapunk. A rendszer Andreevről kapta a nevét, aki 1964-ben felfedezte, hogy a normál tartománybeli elektronok normál (N) és szupravezető (S) régiók közötti határfelületről történő visszaverődése meglehetősen szokatlan tulajdonságokat mutat. A szupravezető oldalon nincsenek Δ -nál, a szupravezető gapnél alacsonyabb gerjesztési energiájú állapotok. (A gerjesztési energiákat az E_F Fermi-energiától mérjük, amiről az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy megegyezik az N és S tartományokban.) Ezért egy a normál oldalról az NS határra érkező, $E < \Delta$ energiájú elektron nem tud átjutni a szupravezető tartományba. Ehelyett visszaverődhet a szokásos módon (normál reflexió), vagy magával sodorhat még egy elektront és ketten Cooper-párként bejuthatnak a szupravezetőbe. Az utóbbi folyamat úgy is tekinthető, hogy a beeső elektron lyukként verődött vissza. A lyuk a beesés irányába verődik vissza (retroreflexió), mert a Cooper-párt alkotó állapotok egymás időtükrözöttjei. A töltés nem marad meg a reflexió során, hiszen az elektron negatív, a lyuk pozitív töltést hordoz. Az impulzus viszont megmarad, mert a lyuk csoportsebessége és impulzusa ellentétes irányú. Ezzel szemben a normál reflexió során a töltés megmarad, míg az impulzus nem. A fenti anomális visszaverődést a fordított folyamattal együtt, mikor egy beeső lyuk retroreflektálódik elektronnként, Andreev-reflexiónak hívjuk. Ha $\Delta \ll E_F$ és nem alakul ki az NS határfelületen gátpotenciál, a domináns visszaverődési folyamat az Andreev-reflexió, a normál reflexió elhanyagolható valószínűségű.

Mivel az $E < \Delta$ esetben nincsenek propagáló gerjesztések a szupravezetőben, ebben az energiatartományban az Andreev kvantum dotok energiaszintjei kötött állapotokhoz tartoznak. Ezen kötött állapotok energiáit Andreev-szinteknek nevezzük. Az Andreev-biliárdok témakörében végzett kutatásaink középpontjában az Andreev-szintek statisztikus tulajdonságai álltak. Vizsgálatainkat a $\Delta\tau_{dw}/\hbar$ arány kicsi, illetve nagy értékéhez tartozó két határesetben végeztük. A $\Delta\tau_{dw}/\hbar \gg 1$ határesetben folytatott munkánk célja néhány, a spin-pálya csatolás Andreev-szintek statisztikájára gyakorolt hatására vonatkozó, dinamikai modellel még nem kimutatott elméleti jóslat numerikus igazolása volt. Ezek a jóslatok az $N \gg 1$ határesetre érvényesek (N a módusszám pontkontaktusokban), így az effektusok kimutatásához nagy numerikus hatékonyságra volt szükség. Ezt az Andreev-biliárdokbeli kvantumkáoszt a $\Delta\tau_{dw}/\hbar \gg 1$ határesetben leíró, nagy számítási hatékonyságú dinamikai modell, a kvantum Andreev leképezés[5] spin-pálya csatolást figyelembe vevő általánosításával értük el. Az így kapott modellt spin-Andreev leképezésnek hívjuk. Az ellenkező, $\Delta\tau_{dw}/\hbar \ll 1$ határesetben végzett munkánk a spin-pálya csatolás Josephson-átmenetek Andreev-szintjeire gyakorolt hatását tanulmányozta. (A dolgozatban Josephson-átmenetnek olyan kvantum dotokat hí-

vunk, melyek két állítható fáziskülönbségű szupravezetőhöz vannak csatolva.) Vizsgálatunk a spin-pálya csatolás jelenléte és a szupravezetők fáziskülönbsége miatti időtükrözési szimmetria sértés együttes következményeként fellépő szintfelhasadásra összpontosított. A cél a felhasadást leíró effektív Hamilton operátor és a Wigner-Smith mátrix közötti kapcsolat megteremtése, és a felhasadások kaotikus Josephson-átmenetekbeli eloszlásának meghatározása volt. Az egyszerűség kedvéért a felhasadások eloszlását arra az esetre számoltuk ki, mikor a kvantum dotot a szupravezetőkkel összekapcsoló két pontkontaktusban egy-egy módus van.

Módszerek

A dolgozatban bemutatott számolások a szórás mátrix módszeren alapulnak, mely lehetővé teszi kutatásunk mindkét témakörének vizsgálatát: a kvantum transzport tulajdonságok és a normál-szupravezető heterostrukturák Andreev-szintjei egyaránt kifejezhetőek a nyitott kvantum dot szórás mátrixának segítségével. A szórás mátrix módszer akkor alkalmazható, ha az elektronok a szökési időnél jóval tovább megőrzik fáziskoherenciájukat, és ha a kvantum dotban elhanyagolható az elektron-elektron kölcsönhatás. Nulla hőmérsékleten és e^2/h értéket meghaladó vezetőképességű kvantum pontkontaktusok esetén mindkét feltétel teljesül.

Amint azt fentebb részleteztük, kaotikus kvantum dotok tárgyalására statisztikus megközelítést érdemes alkalmazni. Kvantum dotok statisztikus sokasága matematikailag a véletlen mátrix elmélet (RMT) segítségével modellezhető. Az RMT volt az analitikus számolásaink során alkalmazott fő módszer. Az RMT módszer alkalmazhatóságának feltétele, hogy a releváns időskálák jóval meghaladják τ_H értékét. A vizsgált tulajdonságoknak megfelelő tipikus időskálák mind a τ_H időnél jóval nagyobbak feltételezett τ_{dw} nagyságrendjébe esnek, vagy még hosszabbak.

Az Andreev kvantum dotok vizsgálatokor numerikus szimulációkat is végeztünk. Ezek a szimulációk egy, a spin-pálya csatolással is jellemezhető kvantum-kaotikus rendszereket leíró dinamikai modellen, a szimplektikus lökdösött rotátoron [6] alapultak. A modell előnye, hogy jóval kisebb a számításigénye, mint amit kvantum dotok Schrödinger-egyenlet megoldásával történő direkt szimulációja igényel. Míg az utóbbival napjainkig az $N \sim 50$ körüli módusszám jelenti a maximumot, a lökdösött rotátor modellel néhány száz módus bőven elérhető. Vizsgálatainkhoz a jó numerikus határfok elengedhetetlen volt.

Tézispontok

Doktori értekezésem fő eredményei az alábbi tézispontokban foglalhatóak össze.

1. A transzmissziós sajátérték-sűrűség $\delta\rho$ gyenge lokalizációs korrekciójának analitikusan, zárt alakban történő megadása módusszám szimmetrikus kaotikus kvantum dotokra. A képlet $\delta\rho$ mágneses tértől és a spin-pálya csatolás erősségétől való függését írja le Dyson szimmetriaosztályai közötti átmenetek esetén [7].
2. Dyson szimmetriaosztályainak ismert határesetében a $\delta\rho$ -ban megjelenő Dirac-delta csúcsok a szimmetriaosztályok közti átmenetekben kiszélesednek, de $\delta\rho$ szinguláris marad a transzmissziós sajátérték spektrum szélein [7].
3. Módusszám-szimmetrikus, Dyson szimmetriaosztályai között interpoláló kaotikus kvantum dotokban az átvitt töltés eloszlása harmadik kumulánsának sokaságátlaga csak a szimmetriaosztályok közti átmenet tartományában nem nulla $N \gg 1$ esetén [7].
4. Kaotikus kvantum dotokban a sörétzaj és a vezetőképesség gyenge lokalizációs korrekciójának hányadosa független az időtükrözési és a spinforgatási szimmetriák sérülésének mértékétől és módjától, a hányadost pontkontaktusokban lévő módusok száma meghatározza [8].
5. A spin-Andreev leképezés bevezetésével a spin-pálya csatolás Andreev-szintekre gyakorolt három, a $\Delta\tau_{dw}/\hbar \gg 1$, $N \gg 1$ határesetekben fellépő hatásának kimutatása: nulla mágneses térben (i) a gerjesztési spektrum gap-eloszlásának szűkülése, (ii) oszcillációk megjelenése az átlagos állapotossűrűségben. Erős mágneses térben (iii) csúcs megjelenése nulla energiánál az átlagos állapotossűrűségben [9].
6. Spin-pálya csatolással is jellemezhető Josephson-átmenetek esetére, a $\Delta\tau_{dw}/\hbar \ll 1$ határesetben az Andreev-szintek felhasadását leíró effektív Hamilton operátor és a Wigner-Smith mátrix között kapcsolat megadása [10].
7. Erős spin-pálya csatolással jellemezhető kaotikus kvantum dotokban a szintek gyenge, a dot síkjára merőleges irányú mágneses tér következtében történő felhasadásainak eloszlását a Wigner-sejtés írja le [10].

8. Erős spin-pálya csatolással jellemezhető egycsatornás kaotikus Josephson-átmenetek Andreev-szintjeinek a szupravezetők fáziskülönbsége miatti felhasadás-eloszlása kis felhasadásokra univerzalitási okokból a Wigner-sejtéssel megegyező módon cseng le. Nagy felhasadásokra azonban lecsengés szembetűnően különbözik a Wigner-sejtéstől, az eloszlás hatványfarkú, szemben a Wigner-sejtés exponenciális lecsengésével [10].

Következtetések

A transzmissziós sajátérték-sűrűsége vonatkozó munkánk fő jelentősége, hogy eredményünk ismeretében tetszőleges lineáris statisztika sokaságátlagának mágneses tértől, illetve a spin-pálya csatolás erősségétől való függése egy integrál elvégzésével kiszámítható. Lineáris statisztikák például az átvitt töltés eloszlásának kumulánsai, vagy, nulla mágneses térben, a kumulánsok NS átmenetek esetében. (NS átmenetet úgy kapunk, ha a dotot a két pont-kontaktus egyikén keresztül szupravezetőhöz csatoljuk.) Az NS átmenetek vezetőképessége, illetve sörétzaja kumulánsokkal arányos mennyiségek, így ezek szintén a lineáris statisztikák közé tartoznak.

A sörétzajra vonatkozó eredményünkből látszik, hogy a Braun és szerzőtársai felfedezte univerzalitás[4] a $\beta = 1 \rightarrow 2$ átmenetnél sokkal általánosabb körülmények között is érvényes. A megállapítás, hogy a sörétzaj és a vezetőképesség gyenge lokalizációs korrekciójának arányát a módusok száma meghatározza igaz marad tetszőleges mágneses térrel és spin-pálya csatolással létrehozható átmenetre, a Dyson-féle szimmetriaosztályok közti interpolációtól kezdve az Aleiner és Falko fölfedezte új szimmetriaosztályok közti átmenetekig. Számításunk egyben Braun és szerzőtársai szemiklasszikus eredményének RMT módszerrel történő igazolása.

Az RMT jósolta effektusok spin-Andreev leképezéssel történt demonstrálása jelzi, hogy modellünk sikeresen ír le Andreev-biliárdokat spin-pálya csatolás és merőleges mágneses tér jelenlétében. Emiatt úgy véljük, a modell értékes eszköznek bizonyulhat a témakör még megválaszolatlan kérdéseinek vizsgálatában. Példaként a Dyson szimmetriaosztályai közti átmeneteket, vagy az erős mágneses térben számolt átlagos állapotssűrűség spin-pálya csatolástól való függését említjük. Az utóbbi példa a C és D szimmetriaosztályok közti átmenetnek felel meg. Ezek a szimmetriaosztályok Altland és Zirnbauer normál-szupravezető rendszereket osztályozó munkájában kerültek bevezetésre[11].

Josephson-átmenetek esetén a spin-pálya csatolás és a szupravezető fáziskülönbség együt-

tes következményeként fellépő Andreev-szintfelhasadást leíró effektív Hamilton operátor kifejezhető a Wigner-Smith mátrix segítségével. A felhasadások eloszlásának vizsgálatából kiderül, hogy az időtükrözési szimmetriasértés jellegében más, ha normál dotok esetén mágneses tér idézi elő, illetve, ha Josephson-átmenetek esetén a szupravezetők közti fáziskülönbség miatt lép fel. A különbség egy lehetséges oka, hogy a mágneses tér a kvantum dotban mindenhol hat, szemben a szupravezetők fáziskülönbségével, mely csak a pontkontaktusokban van jelen.

Irodalomjegyzék

- [1] I. L. Aleiner and V. I. Fal'ko, Spin-Orbit Coupling Effects on Quantum Transport in Lateral Semiconductor Dots, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 256801 (2001).
- [2] P. W. Brouwer, J. N. H. J. Cremers, and B. I. Halperin, Weak localization and conductance fluctuations of a chaotic quantum dot with tunable spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **65**, 081302 (2002).
- [3] R. A. Jalabert, J. L. Pichard, and C. W. J. Beenakker, Universal quantum signatures of chaos in ballistic transport, *Europhys. Lett.* **27**, 255–260 (1994).
- [4] P. Braun, S. Heusler, S. Müller, and F. Haake, Semiclassical prediction for shot noise in chaotic cavities, *J. Phys. A* **39**, L159–L165 (2006).
- [5] P. Jacquod, H. Schomerus, and C. W. J. Beenakker, Quantum Andreev Map: A Paradigm of Quantum Chaos in Superconductivity, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 207004 (2003).
- [6] R. Scharf, Kicked rotator for a spin- $1/2$ particle, *J. Phys. A* **22**, 4223–4242 (1989).
- [7] B. Béri and J. Cserti, Weak localization correction to the density of transmission eigenvalues in the presence of magnetic field and spin-orbit coupling for a chaotic quantum dot, *Phys. Rev. B* **74**, 235314 (2006).
- [8] B. Béri and J. Cserti, Effect of symmetry class transitions on the shot noise in chaotic quantum dots, *Phys. Rev. B* **75**, 041308 (2007).
- [9] B. Béri, J. H. Bardarson, and C. W. J. Beenakker, Effect of spin-orbit coupling on the excitation spectrum of Andreev billiards, *Phys. Rev. B* **75**, 165307 (2007).
- [10] B. Béri, J. H. Bardarson, and C. W. J. Beenakker, Splitting of Andreev levels in a Josephson junction by spin-orbit coupling, arXiv:0709.3054 (2007).
- [11] A. Altland and M. R. Zirnbauer, Nonstandard symmetry classes in mesoscopic normal-superconducting hybrid structures, *Phys. Rev. B* **55**, 1142–1161 (1997).