

Fizika Doktori Iskola

Doktori Iskola vezetője: Dr. Horváth Zalán

Részecskefizika és csillagászat program

Programvezető: Dr. Csikor Ferenc

Kompakt kettősrendszerek által keltett gravitációs hullámok

A doktori értekezés tézisei

Majár János

Témavezető: Dr. Vasúth Mátyás

MTA KFKI RMKI Elméleti Főosztály

2007

1. Bevezetés

A gravitációs hullámok kutatása az elmúlt másfél évtizedben a Föld különböző pontjain telepített detektorok építésével új lendületet kapott. A különféle források dinamikájának minél pontosabb meghatározása, és az általuk keltett, detektálható gravitációs hullámok leírása a relativitáselméleti és asztrofizikai kutatások egyik fő irányvonalává vált.

A jelenkori technológiával mérhető gravitációs hullámok egyik legreménytelibb forrását a kompakt objektumok alkotta kettősrendszerek jelentik. Ezen kettősök összeolvadását — amely hevedése folytán elég nagy amplitudójú gravitációs hullámokat okoz, hogy azokat a Földön is mérhessük — három fő szakaszra osztjuk: az összeolvadás előtti közeledési (inspiralling), a magát az összeolvadást leíró (merger) és az összeolvadás utáni, lecsengő (ringdown) szakaszokra.

A Földön telepített detektorok elsősorban az összeolvadás szakaszában kibocsátott hullámokat fogják tudni érzékelni, mivel ezen detektorok érzékenységének megfelelő frekvenciatartományban ezeknek a jeleknek az amplitudója elég nagy a detektáláshoz. Az ilyen típusú gravitációs hullám jelalakok leírását és vizsgálatát számítógépes szimulációkkal valósítják meg.

A gravitációs hullámok mérésének tekintetében fontos az összeolvadás első, közeledési szakaszának leírása is. Az összeolvadás gyors időbeli lefolyása miatt fontos, hogy mihamarabb (vagyis még a közeledés idején) képesek legyünk a forrás irányának minél pontosabb meghatározására. Ehhez szükség van az ebben a korszakban kibocsátott hullámok minél részletesebb analitikus leírására. Ezen túl egy ilyen leírás a magát az összeolvadást modellező szimulációk kezdeti paramétereinek meghatározásában is kulcsszerepet játszik.

A közeledési szakasz leírásának és az ekkor kibocsátott gravitációs hullámok alakjára vonatkozó jóslatok meghatározásának fő relevanciáját azonban a LISA projekt adja, amely egy űrbe telepített detektorrendszer létrehozását célozza meg. A méretbeli és technológiai különbségek miatt a LISA és a további, űrbe telepítendő detektorok éppen az egymás körül keringő kompakt objektumok által alkotott kettősökből érkező jelek frekvenciatartományában lesznek érzékenyek, azokat lesznek képesek mérni.

A közeledési korszakban a kettősrendszer dinamikájának és az általuk keltett hullámoknak a leírására két, egymással szorosan összefüggő módszer használatos.

A dinamika leírásában a poszt-newtoni (PN) közelítést alkalmazzuk. A közelítés lényege, hogy elhanyagoljuk az ultrarelativisztikus és extrém gravitációs effektusokat. A közelítés alapján egy olyan sorfejtéses módszert alkalmazunk, ahol a sorfejtés rendjeit az ϵ poszt-newtoni paraméter segítségével írjuk le ($\epsilon \sim v^2$, illetve $\epsilon \sim M/r$). A sorfejtés legfeljebb a legbelső stabil körpálya eléréséig érvényes.

A gravitációs hullámok leírására a poszt-minkowski közelítést alkalmazzuk, amely egy formális sorfejtés a gravitációs állandó hatványai szerint. Fő előnye az, hogy konzisztensen elkészíthető a hullámforma multipól-kifejtése, amelyben poszt-newtoni források esetén a gravitációs teret jellemző momentumok felbonthatóak különböző PN rendű perturbációk összegeként.

Poszt-newtoni források esetében a dinamika és a sugárzás leírásának érvényességi tartománya átfed (a forrás téridejének "külső tartománya", illetve a sugárzás téridejének "közeli zónája"), a két elméleti megközelítés ezen tartományban illeszthető egymáshoz, vagyis a forrás poszt-newtoni dinamikája által keltett gravitációs perturbációk elmélete elfolytatható a sugárzási zónába, ahol az elmélet szerint a mérést végezzük. Formálisan ez úgy jelenik meg, hogy a multipól-momentumok kifejezéseiben szerepel a forrás energia-impulzus tenzorának poszt-newtoni alakja.

A szakirodalomban a kompakt kettősök dinamikájának több aspektusát is vizsgálják a poszt-newtoni sorfejtés keretein belül. A radiális mozgás leírása, vagyis a pálya paraméterezése 3–3,5 PN rendben ismert, bár ezekben az eredmények mindig valamilyen egyszerűsítő feltétel mellett érvényesek (az egyik vagy mindkét test forgásának elhanyagolása és a forgás hatásainak legalacsonyabb rendű korrekcióinak figyelembe vétele, a sugárzási visszahatás elhanyagolása, extrém tömegarányú eset). Emellett a mozgásnak a szögváltozók dinamikáját is tartalmazó teljes leírása is csak bizonyos speciális határesetekben ismert (próbatest esetben 1,5 PN rendig, vagy körpálya határesetben, a testek forgásának elhanyagolásával 3 PN rendben).

A detektálható hullámok alakjának meghatározását célzó kutatások elsősorban a metrika perturbációit leíró transzverzális spúrtalan tenzor alakját adják meg a kettősrendszer dinamikai jellemzőinek függvényében, formálisan (szeparációs vektor, relatív sebesség vektor, spinvektorok, tömegek) 1,5–2 PN rendig. Az ennél magasabb rendű jóslatok csak a testek forgásának elhanyagolásával és körpálya határesetben érvényesek, egészen 3–3,5 PN rendig.

A detektálható hullámalak időfüggésének analitikus meghatározására is születtek eredmények, ezek azonban megint csak bizonyos határesetekben érvényesek (a

legalacsonyabb, newtoni rendben, vagy körpálya határesetben, egy forgó test, vagy egyenlő tömegek esetében). Ennek fő nehézsége, hogy a detektálható jeleket a fent említett perturbációs tenzorból egy olyan projekcióval határozható meg, amelyhez ismerni kell a forrás dinamikájának szögváltozókat is tartalmazó, teljes leírását.

2. A kutatás fő célkitűzései és módszerei

A kutatás fő célkitűzése egy kompakt kettősrendszer dinamikájának és az általa keltett gravitációs sugárzás detektálható hullámformájának analitikus vizsgálata a közeledési korszakban, különös tekintettel a pálya excentrikussága és a testek forgása által okozott effektusokra, 1,5 poszt-newtoni rendben.

A kutatás során a kettősrendszer dinamikájának leírásakor a poszt-newtoni formalizmust, a detektálható hullámforma meghatározásakor pedig a poszt-minkowski közelítés multipól-kifejtésének poszt-newtoni hullámforrásokra alkalmazott formalizmusát használtam fel. A testek forgásának és a pálya excentrikusságának vizsgálatát ezen formalizmusban 1,5 PN relatív poszt-newtoni rendben lehet még átlátható eredményekkel, mégis teljes mélységében elvégezni, illetve ebben a rendben adottak azok a metrika perturbációit leíró transzverzális spúrtalan tenzorra és a pálya paraméterezésére vonatkozó alapvető összefüggések, melyek a munkám alapját képezték.

A kutatás során három fizikai rendszert vizsgáltam: egy nagy tömegű forgó test körül keringő próbatest esetét, másodikként két, tetszőleges tömegű kompakt objektum esetének leírását, amikor azonban csak az egyik test forog, végül az általános esetet, tetszőleges tömegű, forgó kompakt objektumok kettősének esetét. Ezekből a disszertáció a próbatest és az általános eset részletes tárgyalását tartalmazza, az egy forgó objektum esete az általános leírás határeseteként áll elő.

Mivel a próbatest esetben az úgynevezett Lense-Thirring közelítésben (nagy tömegű forgó objektum téridejében a geodetikuskok leírása) a spinvektor precesszióját elhanyagolhatjuk, és ezáltal adott a mozgás teljes leírása, a hullámforma kiszámításának módszere tesztelésére, és a spin-pálya kölcsönhatás által okozott hatások első vizsgálatának elvégzésére ezt a határesetet választottam.

A második, általános esetben már nem csak a spin-pálya kölcsönhatást, hanem a relativisztikus poszt-newtoni korrekciókat is figyelembe vettem. Ebből a leírásból a 1,5 PN rendig fellépő összes határátmenet egyszerűen származtatható.

Mindkét fizikai rendszert két lépésben vizsgáltam meg. Mivel a detektálható jelalak egyértelműen felbontható a h_+ és h_\times polarizációs állapotok lineárkombinációjaként, az első lépcsőben a cél egy, a pálya paraméterezésétől független módszer megadása ezen polarizációs állapotok kiszámítására. A második lépés az excentrikus pályák kepleri paraméterezésének általánosításaként fellépő valódi anomália paraméterezés segítségével a hullámforma explicit paraméterfüggésének meghatározása, illetve a hullámforma szerkezetének vizsgálata volt. Ebben az egyik legfontosabb lépés a körpálya határeset részletes tárgyalása, mivel ekkor az egyenletek expliciten időben kiintegrálhatóak.

3. A kutatás eredményei — tézispontok

1. Meghatároztam a próbatest esetben a h_+ és h_\times polarizációs állapotok kiszámításának a pálya paraméterezésétől független módszerét a spin-pálya kölcsönhatás korrekcióinak figyelembe vételével.[1]

A módszer alapját a mozgásegyenletek kiintegrálásához és a metrikaperturbációkat leíró tenzor projekciójához szükséges koordinátarendszerek megválasztása, azok összekapcsolása adja. Ehhez szükséges a dinamika szögváltozóira vonatkozó egyenletek ismerete is.

A kidolgozott módszert alkalmazva kiszámoltam a detektálható hullámforma polarizációs állapotait a problémához leginkább adaptálható paraméterezés (valódi anomália paraméterezés) segítségével. Ennek első lépéseként kiintegráltam a szögváltozókra vonatkozó mozgásegyenleteket, ezáltal elkészítve a kettősrendszer dinamikájának teljes leírását az adott rendig.

Második lépésben kiszámítottam a h_+ és h_\times polarizációs állapotok explicit paraméterfüggését. Eredményképpen olyan kifejezés állt elő, amely a valódi anomália paraméter egész számú felharmonikusait tartalmazza olyan konstans együtthatókkal, melyek a mozgásállandóktól, illetve a geometriából adódó és az integrálás során fellépő konstans szögektől függenek.

2. Megadtam a fenti eredményeket körpálya határesetben is. Bár a módszer leírása ebben az esetben lényegesen nem változik, a körpályát definiáló feltételek erőteljesen leegyszerűsítik az összefüggéseket.[1]

A mozgásegyenletek kiintegrálása után a fent leírt módszer lépéseit követve meghatároztam a polarizációs állapotok alakját, az alapharmonikus frekvenciáját, illetve a releváns felharmonikusokat. Az eredmények legalacsonyabb rendben teljes egyezést mutatnak a korábbi eredményekkel.

3. Kidolgoztam az összemérhető tömegű és forgó kettősök esetében a mozgás dinamikájának leírásához szükséges összefüggések rendszerét. Ehhez először megadtam a spinvektor irányát leíró szögek fejlődési egyenleteit, majd ennek, és a radiális egyenletnek a felhasználásával megadtam a dinamika szögváltozóira vonatkozó egyenleteket, ezáltal 1,5 PN rendben teljessé téve a mozgás leírását.[2],[3]

A próbatest esethez hasonló módon meghatároztam a polarizációs állapotok kiszámításának pályaparaméterezéstől független, és a spin-pálya kölcsönhatást is figyelembe vevő módszerét.

Megvizsgáltam, hogy ezek az eredmények extrém tömegarány feltételezésével hogyan viszonyulnak a próbatest esetben kapott eredményekhez.

4. Kiszámítottam a detektálható hullámalak polarizációs állapotainak paraméterfüggését a valódi anomália paraméterezéssel excentrikus pálya esetén, illetve explicit időfüggését körpálya határesetben.

Kiintegráltam a spinprecessziós egyenleteket, majd a mozgásegyenleteket, illetve a módszer lépéseit követve meghatároztam a polarizációs állapotok alakját. Azok explicit paraméterfüggésének szerkezete hasonló eredményt ad, mint a próbatest határesetben, bár az egyes felharmonikusokhoz tartozó együtt-hatók nagyban különböznek azoktól.

Megfigyelhető, hogy körpálya esetén csak bizonyos felharmonikusok együtt-hatói nem zérus értékűek, és így newtoni rendben módszerünk reprodukálja a jól ismert eredményt, mely szerint körpálya esetén ebben a rendben a detektálható hullámforma frekvenciája kétszerese a pályafrekvenciának.

A spinvektorok hosszával zérushoz tartva az egy forgó test, illetve a forgásmentes határesetek megvizsgálhatóak. Ezen vizsgálat alapján jól látható, hogy a testek forgása adott rendben az alacsony frekvenciás felharmonikusokhoz ad járulékot.

Irodalomjegyzék

- [1] "*Gravitational Waveforms from a Lense-Thirring System*" J. Majár and M. Vasúth, Phys. Rev. D**74**, 124007 (2006), [arXiv: gr-qc/0611105].
- [2] "*Gravitational Waveforms for Finite Mass Binaries*" M. Vasúth and J. Majár, közlésre elfogadva az International Journal of Modern Physics A folyóiratban, [arXiv: gr-qc/0705.3481].
- [3] "*Gravitational Waveforms for Spinning Compact Binaries*" J. Majár and M. Vasúth, beküldve a Physical Review D folyóirathoz.
- [4] "*Gravitational Waveforms in the Lense-Thirring Approximation*" J. Majár, *Astrophysics of Variable Stars ASP Conference Series* , Vol. 349, (2006), szerkesztette: C. Sterken and C. Aerts.
- [5] "*Gravitational Waveforms from Compact Binary Systems*" J. Majár, PADEU 17, 235 (2006), a *4th Workshop of Young Researchers in Astronomy and Astrophysics* konferencia kiadványa, szerkesztette: E. Forgács-Dajka
- [6] "*Gravitational Waves from Compact Binary Systems*" M. Vasúth and J. Majár, megjelenik a *Proceedings of the 29th Spanish Relativity Meeting* kötetben.
- [7] "*Gravitational Waves of a Lense-Thirring System*" M. Vasúth and J. Majár, megjelenik a *Proceedings of the Eleventh Marcel Grossmann Meeting on General Relativity* kötetben, szerkesztette: H. Kleinert, R. T. Jantzen and R. Ruffini.