

Boundary renormalisation group flows in supersymmetric conformal minimal models

a doktori értekezés tézisei

Kormos Márton

ELTE Fizika Doktori Iskola /vez.: Horváth Zalán/
Részecskefizika és csillagászat program /vez.: Csikor Ferenc/

Témavezető:

Takács Gábor

2007. május

1. Bevezetés

A kétdimenziós kvantumtérelméletek vizsgálata az elméleti fizika fontos kutatási területe. Ennek egyik oka, hogy modelljéül szolgálhatnak a realiztikusabb kvantumtérelméletekben előforduló sok jelenségnek, melyek az eredeti elméletben nehezen vizsgálhatók a kölcsönhatás erőssége miatt, valamint hasznosak alapvető elméleti elképzelések és számítási módszerek tesztelésére.

Modell szerepükön túl a kétdimenziós kvantumtérelméletek számos fontos közvetlen alkalmazásra lelnek. Központi szerepet játszanak a húrelmélet megfogalmazásában: a húr dinamikájának leírását adják a világlepedőn. Ebből a szempontból a peremes modellek különösen érdekesek, hiszen fontosak a húrelmélet nemperturbatív objektumainak, a D-bránok vizsgálatában.

Húrelméleti alkalmazásaikon kívül a szilárdtestfizika számos problémája leírható kétdimenziós kvantumtérelméletek segítségével. Néhány fontos példa a Kondo-effektus, a szennyezések hatása a transzport folyamatokra általában, a peremállapotok viselkedése a tört kvantum Hall-effektusban, spinláncok, polimerek, szén nanoncsövek leírása stb.

A konform térelméletek egy fontos osztályát jelentik az integrálható elméleteknek, melyekben elvileg minden korrelációs függvény ismert. Továbbá fontos kapcsolatot létesítenek a kvantumtérelméletek és a statisztikus fizika között: a kétdimenziós rendszerek másodrendű fázisátalakulás során a kritikus pontban konform térelmélettel írhatók le. A kritikus viselkedés leírásán túl a kritikus ponton kívüli rendszerek vizsgálatára is hatékony eszközök állnak rendelkezésre. Sok esetben ezek a rendszerek perturbált konform térelméleteknek felelnek meg, melyekben valamilyen perturbáció egy tömegskálát vezet be az elméletbe, mely megsérti a konform invarianciát és egy renormálási csoport folyamatot indukál.

A doktori disszertáció a fent említett alkalmazások által motiválva elsősorban a kétdimenziós kvantumtérelméletek elméleti megértéséhez igyekszik hozzájárulni. A kitűzött cél a renormálási csoport folyamatok feltérképezése szuperszimmetrikus elméletekben.

A peremes renormálási csoport folyamatok problematikája a következőkben áll. Ha egy peremes konform invariáns (kritikus) rendszerhez a határon lokalizált perturbációt adunk, akkor a skálatranszformációk során megvalósuló renormálási csoport folyamat végpontjában, az infravörös fixpontban az elmélet újra konform invariáns lesz, azaz valamilyen új konform határfeltétel lesz jelen. A feladat ezeknek a folyamatoknak a megértése és osztályozása, azaz a végső határfeltétel megadása a kiinduló határfeltétel és a perturbáció ismeretében. A dolgozat a szuperszimmetrikus elméletek köréből a minimálmodellekre koncentrálna.

Ezeknek a folyamatoknak a vizsgálata hozzájárulhat a szennyezési problémák nemperturbatív megértéséhez. Például a Kondo-effektusban az elektronok és a kvantum szennyezés közti kölcsönhatás a renormálás során a hőmérséklet csökkenésével a végtelenhez tart. A rendszer termodinamikai jellemzőinek (fajhő, elektromos ellenállás) megértéséhez alacsony hőmérsékleten a peremes kölcsönhatás nemperturbatív

leírása szükséges. A szuperhúrelméletekben a határperturbáció hatására létrejövő renormálási csoport folyam a tachion-kondenzációnak felel meg, és ezek feltérképezése segíthet a D-bránok bomlásának megértésében.

Az irodalomban számos eredmény található az unitér minimálmodellek peremes perturbációról és folyamairól, de ezidáig az unitér *szuperkonform* minimálmodellek peremes folyamainak szisztematikus feltérképezése hiányzott. A célom az volt, hogy pótoljam ezt a hiányt és minél teljesebb leírását adjam a folyamszerkezetnek.

2. Alkalmazott módszerek

Bár vannak folyamatok, melyek a perturbatív tartományba esnek, egy általános megközelítéshez nemperturbatív eszköz szükséges. A peremes folyamatok vizsgálata során a fő eszközt egy numerikus módszer jelenti, a csonkolt konform tér megközelítés (TCSA). Ennek során a végtelen dimenziós Hilbert teret egy véges dimenziós alterére csonkoljuk úgy, hogy csak azokat az állapotokat hagyjuk meg, melyek energiája nem nagyobb egy küszöbértéknél. A Hamilton operátort ezen az alteren diagonalizáljuk. Ennek a módszernek az általánosítása peremes perturbált szuperkonform minimálmodellekre a szerző új eredménye.

A perturbációk fontos osztályát alkotják azok, amelyek meghagyják a modell integrálhatóságát. Ekkor egzakt nemperturbatív analízis végezhető, például a termodinamikai Bethe Ansatz alkalmazásával, melynek peremes változatát használtam munkám során.

3. Eredmények

1. Általánosítottam a peremes TCSA (BTCSA) módszert az $N = 1$ szuperszimmetrikus konform minimálmodellekre. Ehhez szükség volt a perturbáló operátor mátrixelemeinek kiszámolására, amihez új felcserélési relációkat kellett levezetnem. Ezek a relációk különbözőnek adódtak az elmélet két fő szektorában (Ramond és Neveu–Schwarz szektorok). Ezek az új szabályok későbbi számolások során is hasznosnak bizonyulhatnak.
2. A BTCSA módszer alkalmazásával szisztematikusan feltérképeztem az unitér $N = 1$ szuperkonform minimálmodellekben a $\hat{G}_{-1/2}\Phi_{1,3}$ határoperátorhoz tartozó peremes renormálási csoport folyamokat. A folyammintázatra egy viszonylag egyszerű szabályt kaptam, mely hasonló a hagyományos minimálmodellekben talált szabályokhoz. Ez az eredmény összhangban van a korábbi elméleti jóslatokkal azok érvényességi körén belül, az általuk nem lefedett esetekre pedig a szabályok természetes kiterjesztése bizonyult érvényesnek.
3. Az unitér modellek után a nem unitér szuperszimmetrikus Lee–Yang modell reflexiós faktoraival és peremes renormálási csoport folyamaival foglalkoztam. A modellt a szuperszimmetrikus sine–Gordon modell redukciójaként tekintve

meghatároztam a modell Neveu–Schwarz határfeltételeihez tartozó reflexiós faktorait.

Ezek tömegtelen limeszének meghatározása után ellenőriztem őket úgy, hogy a jóslott energiaszinteket összehasonlítottam a BTCSA-val számolt numerikus spektrummal.

4. Az általam javasolt reflexiós faktor alapján peremes TBA segítségével megadtam a határentropiát (a g -függvényt) a folyam mentén, melynek alapján meg tudtam határozni a folyam fixpontjait. Mind a g -függvényt, mind a fixpontokat ellenőriztem a peremes TCSA alkalmazásával.

A reflexiós faktorok különböznek az irodalomban található korábbi jóslatoktól, de a rajtuk alapuló energia spektrum, a határfolyam fixpontjai és a TBA-ból nyert g -függvény nagyon jó egyezést mutat a TCSA eredményekkel.

5. A peremes TCSA módszerrel tanulmányoztam a peremes renormálási csoport folyamokat a szuperszimmetrikus Lee–Yang modell általánosításaiban, melyek szintén nem unitér szuperkonform minimámodellek. Eredményeim szerint minden Neveu–Schwarz határfeltétel az identitás határfeltételbe folyik.

4. Összefoglalás

Munkám során $N = 1$ szuperszimmetrikus konform minimámodellek peremes renormálási csoport folyamait vizsgáltam. Kidolgoztam a peremes TCSA módszert ezekre a modellekre és meghatároztam a $\hat{G}_{-1/2}\Phi_{1,3}$ operátor által indukált folyamok szerkezetét minden unitér minimámodell minden határfeltétele esetén. Meghatároztam a szuperszimmetrikus Lee–Yang modell bizonyos reflexiós faktorait és leírtam a hozzájuk tartozó határos folyamokat peremes TCSA és TBA segítségével.

Számos lehetőség kínálkozik ezen munka folytatására, melyek közül néhányat felsorolok:

- Az egyik lehetőség a vizsgálatok kiterjesztése $N = 2$ modellekre, melyeknek közvetlen alkalmazásuk van a húrelméletben. Peremes TCSA segítségével a g -függvény fixponton kívüli viselkedése is vizsgálható volna mind az $N = 1$ és $N = 2$ modellekben.
- Érdekes lenne nem a peremen ható ("bulk") és peremes perturbációk által közösen kiváltott renormálási csoport folyamokat vizsgálni. Ehhez szükséges a peremes struktúraállandók ismerete, melyek ma még nem ismertek a szuperkonform minimámodellekben.
- A peremes form faktorokra kifejlesztett technikák alkalmazásával a nem integrálható folyamokat form faktor perturbációs számítással lehetne kezelni.
- A TCSA és a levágási effektusok vizsgálata nagyon hasznos lehet a renormálási csoport folyamok nemperturbatív megértése szempontjából.

- A defekteket tartalmazó modellek szintén az érdeklődés középpontjában állnak. Vizsgálatukat nagyban motiválják a szilárdtestfizikai alkalmazások, és ma egy gyorsan fejlődő kutatási területet jelentenek. A konform defektek a konform határok általánosításainak tekinthetők, melyek különböző konform térelméleteket köthetnek össze. A TCSA módszer kiterjeszhető defektekre, és a numerikus eredmények segíthetnek sok nyitott kérdés megválaszolásában, többek között ellenőrizni lehetne az elméleti transzmissziós és reflexiós amplitúdókat.

5. Publikációk

M. Kormos: „*Boundary renormalisation group flows of unitary superconformal minimal models*”

Nuclear Physics **B744** 358–379 (2006), hep-th/0512085

M. Kormos: „*Boundary renormalisation group flows of the supersymmetric Lee – Yang model and its extensions*”

Nuclear Physics **B772/3** 227-248 (2007), hep-th/0701061